

# НЕПОНЯТЫЙ ГЕНИЙ ПРОФЕССОР М.М. ПРОТОДЬЯКОНОВ И РАЗВИТИЕ ЕГО ИДЕЙ В ОБЛАСТИ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРНОГО МАССИВА

*II Всероссийская конференция  
«Разрушение горных пород и минералов»  
1-2 апреля 2025 г. Екатеринбург*

**ЖАБКО  
АНДРЕЙ  
ВИКТОРОВИЧ**

Доктор технических наук, доцент

Заведующий кафедрой маркшейдерского дела

**Уральского государственного горного университета**

Заведующий лабораториями сдвижения горных пород  
и устойчивости бортов карьеров УФ АО «ВНИМИ»

Член Международного общества маркшейдеров (**ISM**, 2012 г.),

Член Международной организации по механике горных пород (**ISRM**, 2018 г.).

Член **НС РАН** по проблемам народнохозяйственного использования  
взрывов (2024). Член диссертационных советов по горному делу и  
геологии. Член редколлегий журналов из перечня **ВАК**



# **ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ И РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ПОДРАБОТАННОГО МАССИВА С УЧЕТОМ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ ТРЕЩИНОВАТО-БЛОЧНЫХ МАССИВОВ**

**Главным недостатком всех существующих методов и способов оценки устойчивости бортов карьеров и методов расчета областей и зон опасных сдвижений массива является подмена блочной среды на сплошную с абстрактными эквивалентными свойствами  
(погрешность подмены, как и сами свойства установить невозможно)!!!!!!!  
На этом месте заканчивается наука и начинается демагогия, но выход есть!!!**

*Науку об устойчивости горных массивов (откосов сооружений, сдвигении горных пород), как и всю геомеханику, нельзя излагать, познать и развить с позиции обычной технической науки в которой на сто процентов работают законы континуальной среды, подменяя сложнейшие не решенные научные проблемы, моделями с бесчисленными и надуманными коэффициентами и схемами расчета, противоречащими фундаментальным законам механики и здравому смыслу. Единственный путь развития – это исследование сложнейших геомеханических процессов и явлений на основе существующих фундаментальных законов и принципов механики при рассмотрении горного массива в его естественно нарушенном состоянии.*

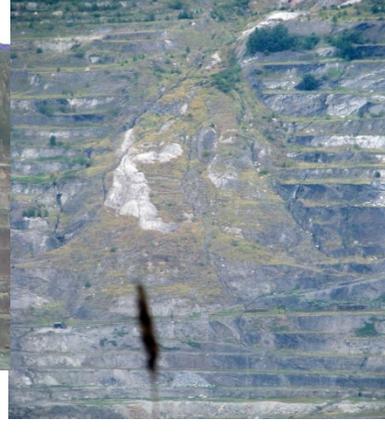
*д.т.н. Жабко А.В.*

# Анализ фактов обрушения бортов карьеров

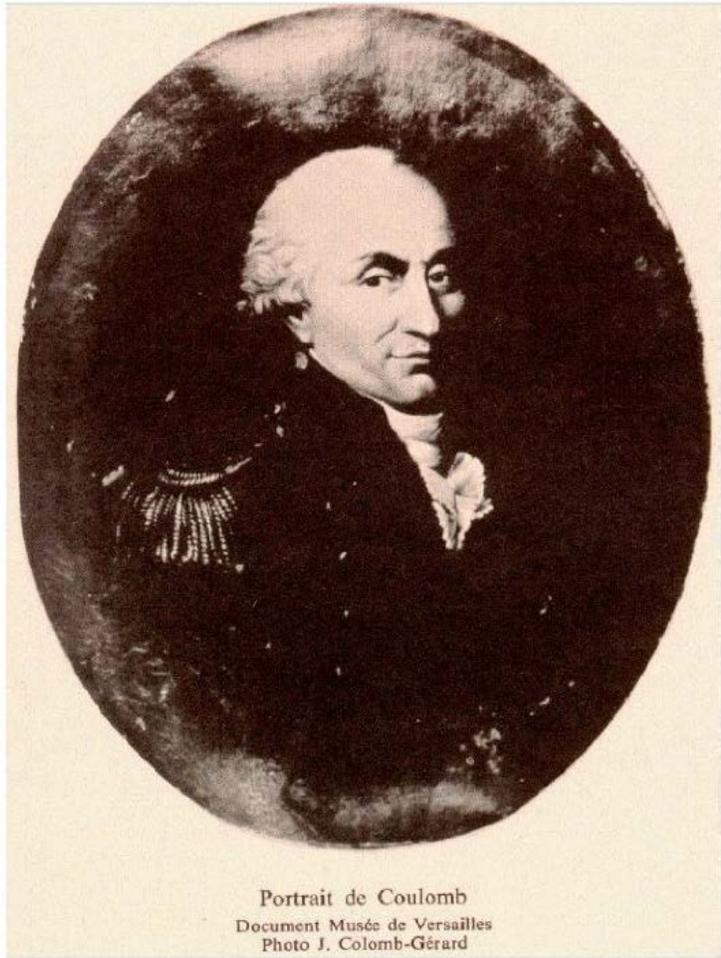
указывает на принципиальную разницу между деформированием и разрушением откосов дисперсных (рыхлых, отвальных – сплошных сред) пород и откосов бортов карьеров, которая заключается в следующем:

1. Отсутствие  $N_{90}$ .
2. Крутой наклон поверхности скольжения в верхней части.
3. Деформации больше напоминают обрушения а не оползни (быстрое развитие, часто нет ярко выраженных призм).
4. Призмы обрушения в скальном массиве значительно меньше.
5. Поверхность скольжения не всегда выходит на поверхность бермы.
6. Малая по отношению к высоте простирание зоны обрушения.
7. Часто происходят в местах закруглений, где по существующим канонам зажатый участок и должен быть наиболее устойчивым.
8. Призмы обрушения оконтурены по простиранию плоскостями перпендикулярными простиранию бортов на всю высоту и т.д.

**Сказанное выше связано с абсолютно иной механикой разрушения блочного массива, по отношению к сплошной среде, наличии связи между прочностными свойствами трещиноватого массива от уровня напряженного состояния и некорректности применения механики сплошной среды (критерия Кулона, методов предельного напряженного состояния и предельного равновесия) для оценки устойчивости трещиновато-блочного массива (борта карьера)!!!! Нет среза и скольжения!!!!**



**Критерий Кулона (Coulomb, 1773)**  
**Charles-Augustin de Coulomb (1736 – 1806)**

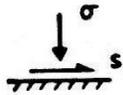


$$\tau = C + \operatorname{tg}\varphi\sigma_n$$

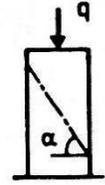
$$\sigma_1 = 2C \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3$$

# Критерий Кулона (Coulomb, 1773)

## Coulomb contributions to soil mechanics



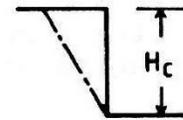
$$s = c + \sigma \tan \phi \quad (1)$$



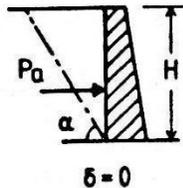
$$q = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} = \frac{2c}{\tan \epsilon} \quad (2)$$

$$\alpha = 45^\circ + \phi/2 = 90^\circ - \epsilon \quad (3)$$

$$\text{If } \phi = 0 \quad q = 2c \quad \alpha = 45^\circ \quad (4)$$



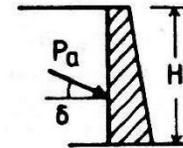
$$H_c = \frac{4c}{\gamma} \cdot \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} = \frac{4c}{\gamma \tan \epsilon} \quad (8)$$



$$P_a = \left. \begin{aligned} &\frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} - 2cH \frac{\cos \phi}{1 + \sin \phi} \\ &= \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \epsilon - 2cH \tan \epsilon \end{aligned} \right\} (5)$$

$$P_a = \gamma z \tan^2 \epsilon - 2c \tan \epsilon \quad (6)$$

$$M = \int_0^H P_a (H - z) dz \quad (7)$$



$$\text{If } c = 0 \quad P_a \cos \delta = \frac{\gamma H^2}{2} \cdot \frac{\cos^2 \phi}{\left[1 + \sin \phi \sqrt{1 + \frac{\tan \delta}{\tan \phi}}\right]^2} \quad (9)$$

Coulomb, 1776

results in terms of  $\phi$  and  $\epsilon = 45^\circ - \phi/2$

All results in terms of total stresses.

$$\frac{\partial P_a}{\partial H} = \sigma_3; \quad \gamma H = \sigma_1 \Rightarrow \sigma_1 = 2C \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) + \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \sigma_3 = \sigma_{\text{сж}} + \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \sigma_3$$

# Поверхность скольжения в вертикальном откосе – **плоская???**



**Выпуклая поверхность  
с практически отвесным  
падением в нижней части**

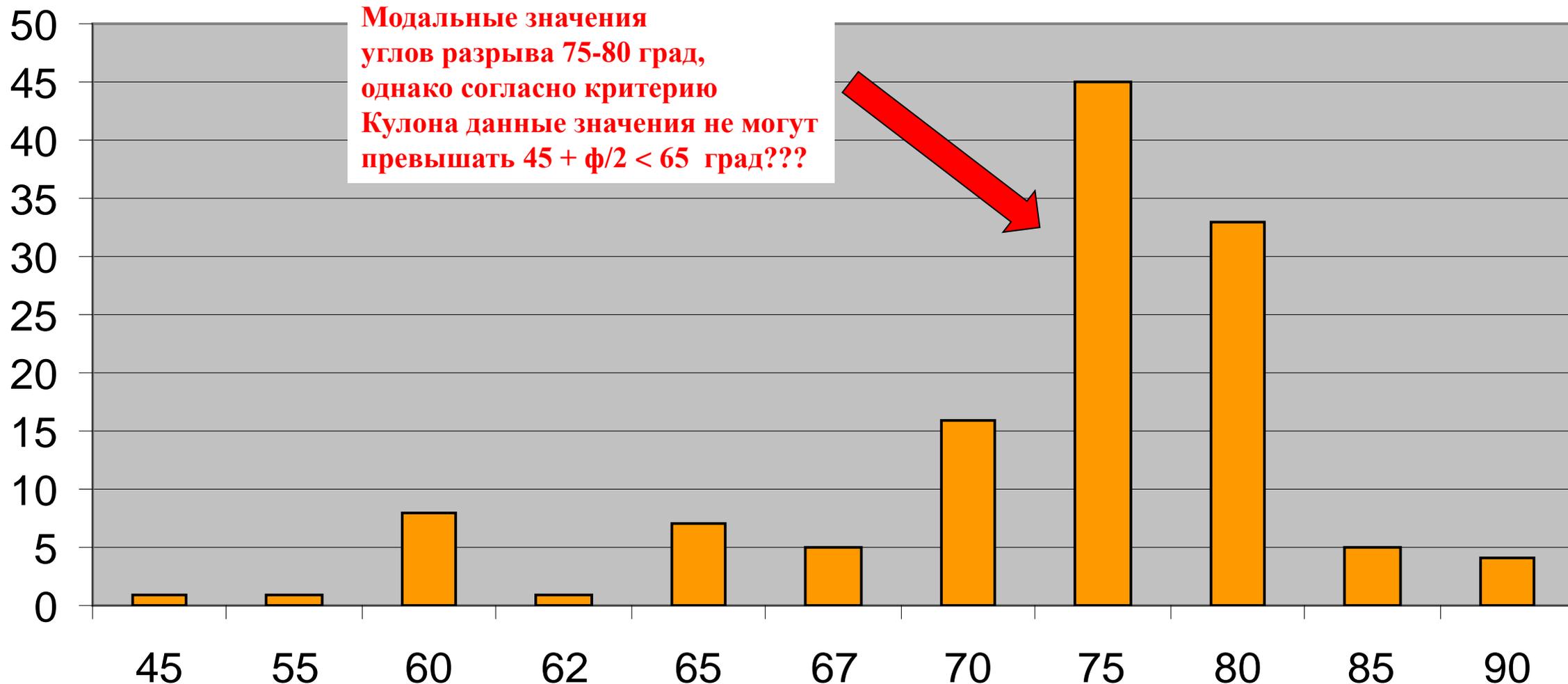
# Поверхность скольжения в вертикальном откосе – **плоская???**



**Поверхность скольжения  
в дамбе хвостохранилища  
с практически отвесным  
участком в верхней части**

# Поверхность скольжения в вертикальном откосе – плоская???

Гистограмма распределения углов разрыва со стороны  
простираия по результатам инструментальных наблюдений  
на рудных и пластовых месторождениях



# Теория расчета устойчивости откосов горнотехнических сооружений

$$\Pi = U - A = \int_V U_0 dV - \left[ \int_V (Xu + Yv + Zw) dV + \int_S (X_n u + Y_n v + Z_n w) dS \right] \rightarrow \min$$

А. В. Жабко

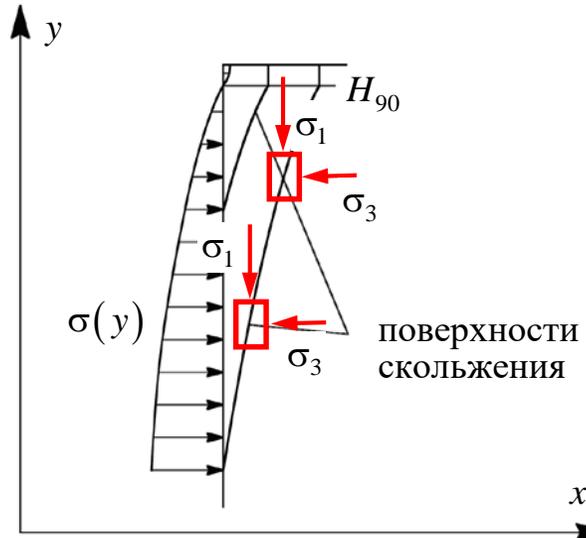
## АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕХАНИКА

Научная монография

$$F_y - \frac{d}{dx} F_x = 0$$

Екатеринбург - 2016

# Предел упругости или начальная поверхность текучести (Жабко А.В., 2014)



Рассмотрим вертикальный однородный откос и определим распределение горизонтальной силы по его боковой поверхности при увеличении его высоты свыше предельной (расчет нагрузки на подпорную стенку). Оговоримся, что поверхности скольжения (характеристики), определенные методом предельного напряженного состояния, и, представляющие собой прямые, наклоненные к горизонту под углом  $\pi/4 + \varphi/2$  не являются наиболее слабыми, а обеспечивают лишь условие предельного равновесия. Геометрия наиболее слабой поверхности и условие равновесия были определены автором (Жабко А.В., 2014).

Условие равновесия:

$$\int \left[ \gamma(\bar{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2) \right] dx + (E_1 - E_0) - f(T_1 - T_0) = 0$$

Дифференциальное уравнение поверхности скольжения:

$$h = \frac{C(y'^2 - 1)}{\gamma \operatorname{tg} \varphi} \Rightarrow E_0 = \frac{2C^2}{\gamma f^2} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^{\sqrt{1 + \frac{f\gamma h}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp \quad \text{Интегрируем, дифференцируем по } h$$

$$\frac{dE_0}{dh} = \sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1}{C}}, \quad \text{где } \sigma_1 = \gamma h$$

Заметим, что данный критерий получен из функционала, подразумевающего полное отсутствие работы внутренних (удерживающих) сил на возможном перемещении призмы смещения, другими словами при условии отсутствия сопротивления материала при его деформировании. А это, в других терминах, означает начало пластических деформаций (предел упругости). В этой связи, данный критерий определяет соотношение между главными напряжениями, соответствующее началу пластической деформации – начальную поверхность текучести. Она же будет являться и предельной поверхностью (поверхностью разрушения) в случае отсутствия упрочнения материала (идеальная пластичность или среда Рейса-Прандтля).

# Аналитический критерий пластичности и прочности горных пород (Жабко А.В., 2017 г.)

В рамках модели сплошной среды, обладающей внутренним трением  $\varphi$  и сцеплением  $C$ , аналитически получен, экспериментально проверен и подтвержден единый критерий пластичности (на стадии упрочнения) и прочности горных пород (твердых тел) при сдвиге:

– в компонентах главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_3$ :

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{\left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi \sigma_1}{C}\right) \left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi k \sigma_3}{C}\right)};$$

– в компонентах напряжений на площадке среза  $\tau, \sigma_n$ :

$$\tau = C(1 + \sin\varphi) + \frac{1+k}{1-k} C \sin\varphi \ln \left| \frac{(1-k)\sigma_n + 2kC \cos\varphi}{(1+k)C \cos\varphi} \right|,$$

определяющий при

$k = 0$  – функцию пластического потенциала и начальную поверхность текучести (предел упругости) для горных пород с пластическим характером разрушения;

$0 \leq k \leq 1$  – предел упругости и предел прочности горных пород;

$k \rightarrow 1$  – теоретическую предельную поверхность или предел прочности при сдвиге (срезе), совпадающую с критерием Кулона (Coulomb, 1773).

И, действительно:

$$\lim_{k \rightarrow 1} \tau = \left[ \frac{0}{0} \right] = C + \operatorname{tg}\varphi \sigma_n.$$

Критерий пластичности и прочности может быть также выражен через другой параметр:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{2(C + \operatorname{tg}\varphi \sigma_1)}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad \text{или} \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \operatorname{ctg}\psi (C + \operatorname{tg}\varphi \sigma_1),$$

где  $\psi$  – угол наклона наиболее слабой сдвиговой площадки к минимальному главному напряжению  $\sigma_3$  (в общем случае является функцией напряженного состояния).



# Критерий прочности блочных сред (Жабко А.В., 2020)

Исходя из установленного механизма деформирования, следует, что разрушение блочного горного массива в точке происходит в виде разуплотнения массива, вызванного поворотом структурных элементов. Исходя из этого, условие потери прочности в точке массива можно выразить следующим образом:

$$M \geq M_{\text{пред}}$$

$M_{\text{пред}}$  – момент сопротивления вращению блока.

Используя известные формулы механики сплошной среды

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\vartheta; \quad \sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \vartheta + \sigma_3 \sin^2 \vartheta \quad \text{и уравнение для вращающего момента силы}$$

$$M = (\tau - \operatorname{tg}\varphi\sigma_n - C)l \cos \varphi r \sin(\vartheta - \varphi) = 0,5(\tau - \operatorname{tg}\varphi\sigma_n - C) \cos \varphi \sin(\vartheta - \varphi) \cos(\vartheta - \varphi) l^2$$

получим

$$\sigma_1 = \frac{\cos \varphi' C'}{\cos \vartheta \sin(\vartheta - \varphi')} + \operatorname{tg} \vartheta \operatorname{ctg}(\vartheta - \varphi') \sigma_3 + \frac{M_{\text{пред}}}{2r^2 \sin^2(\vartheta - \varphi')}$$

Первые два слагаемых показывают, что пока не будет преодолен предел прочности по трещине в объемном напряженном состоянии, разуплотнения массива происходить не будет. Третье слагаемое отвечает за сопротивление вращению блока при разрушении массива. Таким образом, прочность блочного массива складывается из прочности по трещине отдельности и сопротивления вращению блока.

## Критерий прочности блочных сред (Жабко А.В., 2020)

Момент сопротивления вращению блока может обуславливаться, либо напряженным состоянием, либо прочностью структурного элемента. Очевидно, первый вариант наиболее вероятен при большом отношении размеров горнотехнического сооружения к размеру структурных элементов и их высокой прочности (например, борта карьеров), а второй, при невозможности разворота структурных блоков вследствие зажатости, то есть когда размеры выработок соизмеримы с размерами структурных блоков (например, подземные горные выработки).

В случае, когда разрушение массива будет происходить в виде разворота, разуплотнения и разупрочнения массива, условием которого является неравенство

$\sigma_3 \leq \sigma_p$ , и условия  $k = 1$ , критерий разупрочнения, дилатансии, разрушения массива имеет следующий вид:

$$\sigma_1 = \frac{\cos \varphi' C'}{\cos \vartheta \sin(\vartheta - \varphi')} + \frac{1 + \frac{3}{2} \operatorname{tg} \vartheta \sin[2(\vartheta - \varphi')]}{3 \sin^2(\vartheta - \varphi')} \sigma_3$$

В случае, когда обжимающее напряжение (минимальное главное напряжение) достаточно большое  $\sigma_3 > \sigma_p$ , разворот структурных элементов не возможен. В этом случае разрушение массива в условиях объемного сжатия происходит в виде **разрывного** разрушения его отдельных структурных элементов. При таком разрушении критерий прочности блочного (трещиноватого) массива имеет следующий вид:

$$\sigma_1 = \frac{\cos \varphi' C'}{\cos \vartheta \sin(\vartheta - \varphi')} + \operatorname{tg} \vartheta \operatorname{ctg}(\vartheta - \varphi') \sigma_3 + \frac{\sigma_p}{3 \sin^2(\vartheta - \varphi')}$$

# Виды разрушения блочного массива

## Виды потери несущей способности трещиновато-блочным горным массивом при сжатии

№п/п	Вид потери несущей способности	Характерный массив	Геомеханическое явление	Критерий прочности (устойчивости) или оценка несущей способности	Характерный коэффициент структурного ослабления
1	Срез структурных элементов. Высокий уровень напряжений	Опорный целик, стенка (борт) или кровля подготовительной или вскрывающей выработки. Практически монолитный массив с незначительной преимущественно <u>нормальносекущей трещиноватостью*</u>	Статическое разрушение целика или краевой части массива, кровли, горный удар вследствие развития <u>дилатансии</u> или разворота блоков в очаге	$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad [1]$ <p>где <math>m_b = m_i \cdot \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right)</math>, <math>s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right)</math>,  <math>a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left( e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right)</math>, <math>GSI</math> – геологический индекс прочности массива; <math>\sigma_{ci}</math> – предел прочности на сжатие.</p>	0,5-1,0
2**	Разрушение структурных элементов в виде отрыва вследствие их изгиба с последующей потерей несущей способности. Средний уровень напряжений	Опорный целик, стенка (борт) или кровля подготовительной или вскрывающей выработки. Наличие <u>разноориентированной</u> , в том числе, <u>косесекущей трещиноватости</u>	Разрушение блоков внутри массива с последующим развитием разрушения на контуре. Вывалы. Толчки	$\sigma_1 = \frac{\cos \varphi' C'}{\cos \vartheta \sin(\vartheta - \varphi')} + \operatorname{tg} \vartheta \operatorname{ctg}(\vartheta - \varphi') \sigma_3 + \frac{\sigma_p}{3 \sin^2(\vartheta - \varphi')}, \quad [2]$ <p>где <math>\vartheta</math> – угол наклона площадки к оси, совпадающей с направлением действия минимального главного напряжения, на момент начала подвижки по трещине отдельности; <math>\sigma_1, \sigma_3</math> – главные предельные напряжения; <math>C', \varphi'</math> – сцепление и угол трения по трещине отдельности; <math>\sigma_p</math> – предел прочности горной породы (образца) на растяжение.</p>	0,06-0,5
3	Потеря устойчивости без значительных разрушений структурных элементов. Низкий уровень напряжений	Борта <u>каверов</u> и разрезов, большие обнажения в шахте (кровля и стенка очистных камер), призмы породного массива, формируемые в процессе сдвижения горных пород. Наличие <u>разноориентированной</u> , в том числе, <u>косесекущей трещиноватости</u>	Оползень, обрушения в карьере или разрезе, сдвижение горного массива вследствие его подработки	$\sigma_1 = \frac{\cos \varphi' C'}{\cos \vartheta \sin(\vartheta - \varphi')} + \frac{1 + \frac{3}{2} \operatorname{tg} \vartheta \sin[2(\vartheta - \varphi')]}{3 \sin^2(\vartheta - \varphi')} \sigma_3, \quad [2]$ $C_m = \frac{C_o - C'}{1 + a \ln HW} + C' \quad [3]$ <p><math>C_m, C_o</math> – сцепление массива и образца; <math>a</math> – коэффициент.</p>	0,01-0,06

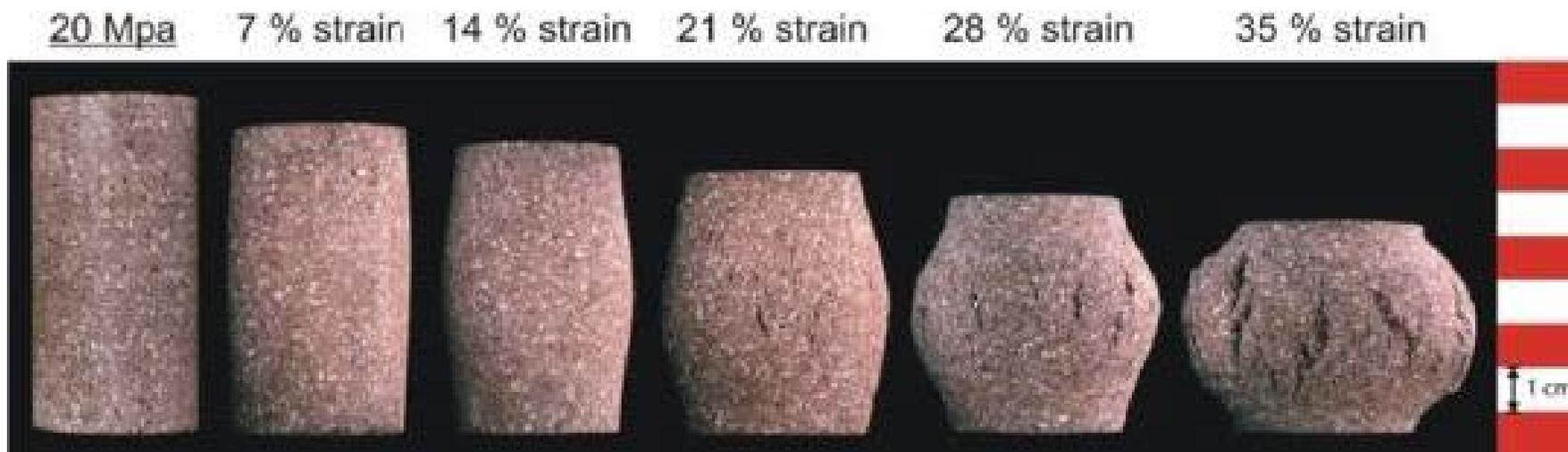
\*Под нормально секущей трещиноватостью понимается трещиноватость, ориентированная примерно параллельно и перпендикулярно главным напряжениям.

\*\*Данный вид потери несущей способности является промежуточным (переходящим), при некоторых условиях данный вид потери устойчивости может быть характерен как для небольших массивов (например, шахтные целики), так и для больших породных призм (например, призмы, формируемые в процессе сдвижения горных пород) в зависимости от условия нагружения, то есть объемности напряженного состояния. Например, в зависимости от условий нагружения (ширины буферной зоны), вместо горного удара может произойти толчок или вообще квазистатическое выдавливание буферной зоны в выработку (статическое обрушение из кровли или обрушение в карьере).

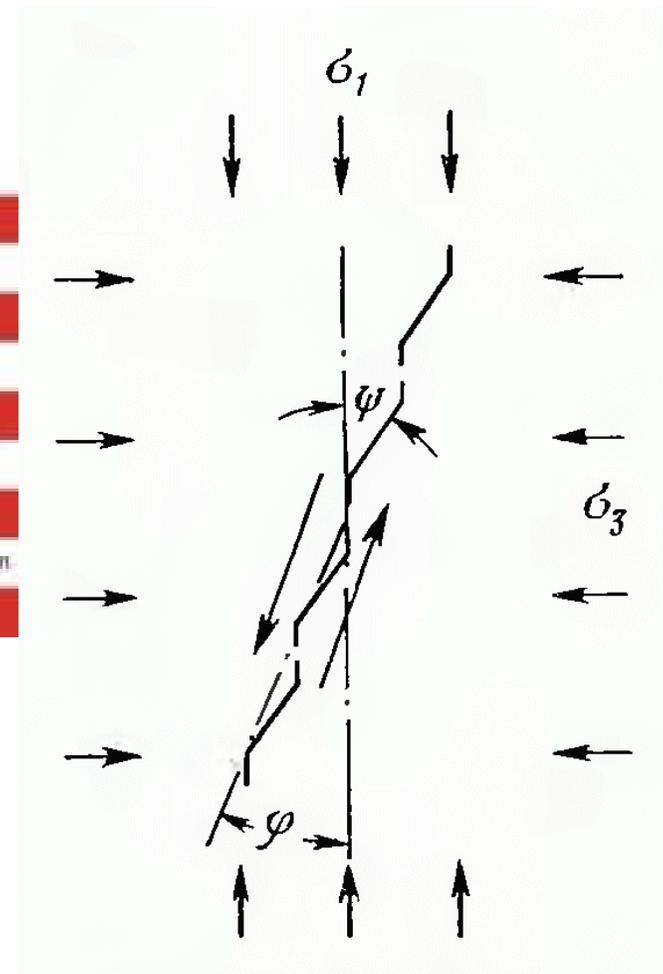
## Дилатансия в образцах и механизм его разрушения

И после этого (см. фото) мы по-прежнему будем утверждать, что их срезает, а не разрывает???. В действительности, разрушение как образца, так и скального массива происходит с более сложным трансляционно-ротационным механизмом, включающим как сдвиг, так и отрыв с изгибом!!! Вот если сталь срезает, так она и не дилатирует!!! Таким образом, образец и массив имеют схожий механизм разрушения, а различия продиктованы существенной разницей в величинах сцепления по трещине и контакту зерен, а также в сопротивлениях отрыву.

Фото образцов гранита после деформирования при различном боковом обжатии



*Фото позаимствовано из материалов Стефанова Юрия Павловича*



# Прочность образца и несущая способность горного массива складываются ...

Трение по трещине  
отдельности

+

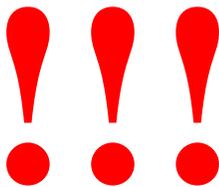
Сцепление по трещине  
отдельности

+

Сопротивление развороту  
блоков (расклинивание,  
дилатансия)

=

Несущая способность  
блочного горного массива



$$\tau = C(1 + \sin\varphi) + \frac{1+k}{1-k} C \sin\varphi \ln \left| \frac{(1-k)\sigma_n + 2kC \cos\varphi}{(1+k)C \cos\varphi} \right|$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{\left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi \sigma_1}{C}\right) \left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi k \sigma_3}{C}\right)}$$

Величина для массива весьма  
незначительная в отличие от  
образцов, что их принципиально  
и отличает

$$C \equiv C'$$

$$\varphi \equiv \varphi'$$

$k$  – дополнительное  
сопротивление  
вследствие  
дилатансии

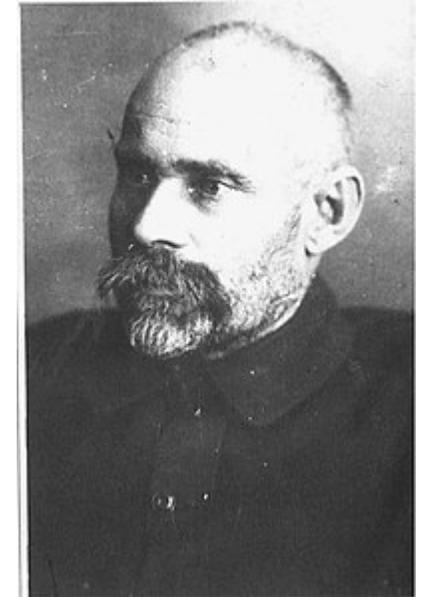
Зависит от ориентировки  
контактов зерен и структурных  
блоков массива

Все сказанное выше напоминает учения проф. М.М. Протодяконова, который порядка 100 лет назад предложил некий относительный показатель – коэффициент крепости, определяющий, с одной стороны, показатель устойчивости горного массива, а с другой – сопротивляемость горной породы (образца) технологическому разрушению (буримость, взрываемость, дробимость, абразивность и т.д.).

# Непонятый гений проф. М.М. Протоodyяконов

## Выдержки

- 1. Горные породы в массе своей отнюдь не представляют собой сплошных упругих тел, какие рассматриваются, обыкновенно, в курсе сопротивления материалов.**
- 2. Даже там, где породы на вид кажутся совершенно сплошными, достаточно подвергнуть их какому-нибудь механическому воздействию, например. Заставить их прогибаться над какой-нибудь выработкой ..., наконец просто взорвать и тот час же обнаружится присутствие незаметных трещин. Явление это настолько известно всякому горняку или геологу, что даже в условных обозначениях пород вводятся указания на их трещиноватость и разделение на куски. А знаменитый Гейм прямо различает понятия крепость породы в куске и крепость пород в массе.**
- 3. Указанное обстоятельство имеет самое решающее значение в вопросе о том, можно ли к давящим на крепь породам применять законы сплошных упругих тел. Кабы ни мала, ни незаметна была трещина, – тело уже перестает быть сплошным. Можно разломить кусок, затем сложить его по-прежнему настолько плотно, что трещину трудно будет заметить, но ясно, что такой разломанный кусок все же потеряет свойства сплошного тела: на растяжение работать он совсем не сможет, на изгиб – то же; при сдвигании будет сопротивляться только сила трения и т.д. Ясно, что характерные для сплошных упругих тел соотношения между растягивающими и сжимающими усилиями, между продольными и поперечными деформациями, между сжимающими или растягивающими и скалывающими напряжениями, между усилиями и деформациями – уже изменятся.**



*Протоodyяконов М.М.  
1874-1930*



## Непонятый гений проф. М.М. Протодыяконов

Само собой разумеется, что рассматриваемые породы нельзя считать также и настоящими несвязными (сыпучими) телами, ибо в последних существует только трение, а здесь имеется и некоторая связь кусков между собою. **Гранитный массив, разбитый трещинами на отдельные, все же отнюдь не является грудой гранитного щебня и т.п., поэтому горные породы в массе представляют собой нечто среднее между сплошными и сыпучими, то ближе к первым, то ко вторым, и если попробовать применить к ним законы сыпучих тел, то сделать это можно лишь с известными оговорками и поправками, подобно тому, как это пришлось бы сделать, принимая их за сплошные упругие тела.**

Идея наша и заключается в том, что мы рассматриваем горные породы как тела до известной степени несвязные и применяем к ним законы сыпучих сред, но в характерный для последних коэффициент трения вводим и связь между частицами, отчего величина его увеличивается. Так если при движении по плоскости сила возникающего трения на единицу поверхности есть  $F$ , равное нажимающей силе, умноженной на коэффициент трения  $f$ , ( $F = fN$ ), то прибавляя сюда еще силу сцепления частиц  $c$ , тоже на единицу поверхности, получим общее сопротивление сдвиганию  $F' = fN + c$  или как бы увеличенный коэффициент трения – «кажущийся коэффициент трения»:

$$f' = \frac{F'}{N} = \frac{fN + c}{N} = \operatorname{tg} \varphi^*$$

Конечно, такое воззрение искусственно; конечно, при этом возникает множество затруднений, главным образом, принципиального характера, но если окажется, что такой прием с достаточной для практики точностью оправдывается, – цель наша будет достигнута.

# Непонятый гений проф. М.М. Протодьяконов

Категория	Степень крепости	Породы	$f$
I	В высшей степени крепкие породы	На более крепкие, плотные и вязкие кварциты и базальты. Исключительные по крепости другие породы	20
II	Очень крепкие породы	Очень крепкие гранитовые породы. Кварцевый порфир, очень крепкий гранит, кремнистый сланец, менее крепкие, чем указанные выше, кварциты. Самые крепкие песчаники и известняки	15
III	Крепкие породы	Гранит (плотный) и гранитовые породы. Очень крепкие песчаники и известняки. Кварцевые рудные жилы. Крепкий конгломерат. Очень крепкие железные руды	10
III-a	"	Известняки (крепкие), Некрепкий гранит. Крепкие песчаники. Крепкий мрамор доломит. Колчеданы	8
IV	Довольно крепкие породы	Обыкновенный песчаник. Железные руды	6
IV-a	"	Песчанистые сланцы. Сланцеватые песчаники	5
V	Средние породы	Крепкий глинистый сланец. Некрепкий песчаник и известняк, мягкий конгломерат	4
V-a	"	Разнообразные сланцы (некрепкие). Плотный мергель	3
VI	Довольно мягкие породы	Мягкий сланец, мягкий известняк, мел, каменная соль, гипс, Мерзлый грунт, антрацит. Обыкновенный мергель. Разрушенный песчаник, цементированная галька и хрящ — каменистый грунт	2
VI-a	"	Щебенистый грунт. Разрушенный сланец, слежавшаяся галька и щебень, крепкий каменный уголь ( $f = 1,4 - 1,8$ ), отвердевшая глина	1,5
VII	Мягкие породы	Глина (плотная). Средний каменный уголь ( $f = 1,0 - 1,4$ ). Крепкий набухающий глинистый грунт	1,0
VII-a	"	Легкая песчанистая глина, лесс, гравий. Мягкий уголь ( $f = 0,6 - 1,0$ )	0,8
VIII	Землистые породы	Растительная земля. Торф. Легкий суглинок, сырой песок	0,6
IX	Сыпучие породы	Песок, осыпи, мелкий гравий, насыпанная земля, добытый уголь	0,5
X	Плывучие породы	Плывуны, болотистый грунт разжиженный лес и др. разжиженные грунты ( $f = 0,1 - 0,3$ )	0,3

Среднее давление на 1 кв. м. для сыпучей среды

$$p = \frac{2 \gamma b}{3 \operatorname{tg} \varphi}$$

Среднее давление на 1 кв. м. для среды с сцеплением

$$p = \frac{2 \gamma b}{3 f'} \quad f' = \operatorname{tg} \varphi^*$$

Коэффициенты крепости – это характеристики аналогичные коэффициентам внутреннего трения настоящих сыпучих тел (только значительно их превышающие), так как учитывают сцепление, существующее в массиве

Небольшие сечения выработок, поэтому ориентировка трещиноватости не так важна!!!

Эмпирические зависимости

$$f' \approx \frac{\sigma_{\text{сж}} (\text{МПа})}{10} \approx \frac{\sigma_{\text{сж}} (\text{кг} / \text{см}^2)}{100} \approx \frac{\sigma_{\text{сж}} (\text{т} / \text{м}^2)}{1000}$$

$$\delta = 55^\circ + 1,5^\circ \cdot f'$$

# Непонятый гений проф. М.М. Протодряконов

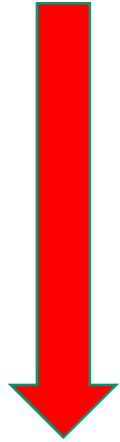
**Коэффициент крепости по шкале проф. М.М. Протодряконова  $f$  определяет сопротивляемость технологическому разрушению горной породы (дробимость, взрываемость, экскавируемость, твердость, прочность, абразивность и др.) – это можно встретить в любом учебнике по горному делу и геомеханике!!!**

**Именно в таком виде, как удобный показатель, данный коэффициент использовался и используется по сей день в горном деле для оценочных расчетов технологических процессов, но это не просто показатель сопротивляемости разрушению куска породы – это модель горного массива, так изящно введенная посредством увеличения внутреннего трения за счет сцепления, как писал сам Михаил Михайлович, нечто среднее между сплошной средой и сыпучим материалом. Но к сожалению, единственной заслугой в геомеханике многие авторы отмечают лишь формулу для расчета нагрузки на крепь (верхняк) и ее независимость от глубины заложения.**

**Однако он вводился как показатель устойчивости горного массива и является единственным показателем, определяющим как прочностные свойства горных пород (технологические свойства куска или образца), так и устойчивость блочного массива. Именно поэтому с коэффициентом крепости коррелируют как показатели технологических свойств в т. ч. прочность пород при сжатии, так и показатели устойчивости массива (углы сдвижения, нагрузка на крепь горных выработок и т.д.), которые, казалось бы, должны определяться структурой массива. Но структура массива, по-видимому, интуитивно учитывается М.М. Протодряконовым посредством усиления трения с пониманием того, что вследствие угловатости массив должен быть более прочным. Интуитивно или нет, но Протодряконов учел более высокую несущую способность угловатого блочного массива, относительно сыпучего материала. Главной методологической заслугой проф. М.М. Протодряконова является то, что он впервые рассматривал горный массив не как сплошную среду с абстрактными не существующими эквивалентными характеристиками, а как реальный массив с одной стороны, обладающим свойствами сыпучей среды, а с другой, имеющей большую сопротивляемость внутреннего трения за счет сцепления между блоками. Он прав во всем, кроме последнего (на взгляд автора), так как горный массив действительно повышает свою несущую способность или устойчивость вследствие увеличения внутреннего трения, но не только за счет сцепления, а в основном за счет дилатансионных процессов или угловатости массива (см. выше критерий прочности массива). Коэффициент крепости не учитывает в явном виде структуру массива. Но в данном случае важна идея, которой уже более 100 лет, которая родилась в момент превращения горного искусства в горную науку, удивительно!!!**

# Показатели устойчивости горного массива

**Протодряконов М.М.**



**Показатель устойчивости  
массива**

$$f' = \operatorname{tg} \varphi^*$$

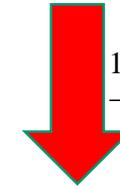
$$\varphi \leq \varphi^* \leq \pi / 2$$

Несущая способность или значение показателя устойчивости формально складывается из сцепления и угла трения по трещине, но интуитивно показатель завышается. *Не учитывается ориентировка трещиноватости!!! Показатель относительный!!!*

**Жабко А.В.**

**Критерий устойчивости массива**

$$\sigma_1 = \frac{\cos \varphi' C'}{\cos \vartheta \sin (\vartheta - \varphi')} + \frac{1 + \frac{3}{2} \operatorname{tg} \vartheta \sin [2(\vartheta - \varphi')]}{3 \sin^2 (\vartheta - \varphi')} \sigma_3$$



$$\frac{1 + \frac{3}{2} \operatorname{tg} \vartheta \sin [2(\vartheta - \varphi')]}{3 \sin^2 (\vartheta - \varphi')} = \frac{1 + \sin \varphi_{\text{пр}}}{1 - \sin \varphi_{\text{пр}}}$$

**Показатель устойчивости  
массива**

$$f_{\text{пр}} = \operatorname{tg} \varphi_{\text{пр}}$$

$$\varphi \leq \varphi_{\text{пр}} \leq \pi / 2$$

Несущая способность или значение показателя устойчивости складывается из сцепления и угла трения по трещине, а также из сопротивления вращению структурного блока массива (расклинивания), то есть *учитывается ориентировка трещиноватости!!! Показатель абсолютный!!!*

# Классификация горных массивов по степени их устойчивости (Жабко А.В., 2025)

**Предложенный показатель устойчивости горного массива учитывает, как прочность образца (трещины отдельности), так и ориентировку трещиноватости и фактически складывается из коэффициента трения (внутреннего трения) и сопротивления, порождаемое процессами разуплотнения или дилатансии.**

**Коэффициент крепости М.М. Протодьяконова также является суммой двух составляющих, однако профессор не предложил как находить вторую составляющую в зависимости от ориентировки трещиноватости (зерен образца), поэтому коэффициент крепости является относительным показателем, а предлагаемый показатель – абсолютным!!!**

Категория	Характеристика массива	Степень устойчивости массива	Показатель устойчивости массива $f$
I	Падение трещиноватости в массив или $\varphi_{\text{пр}} \approx 90^\circ$	В высшей степени устойчивые массивы пород	11-20
II	Нормальносекущая трещиноватость $80^\circ \leq \varphi_{\text{пр}} \leq 85^\circ$	Массивы пород повышенной устойчивости	6
III	Кососекущая, нормальносекущая трещиноватость $75^\circ \leq \varphi_{\text{пр}} \leq 80^\circ$	Устойчивые массивы пород	4
IV	Кососекущая трещиноватость $65^\circ \leq \varphi_{\text{пр}} \leq 75^\circ$	Массивы средней устойчивости	2
V	Массивы разломов $\varphi_{\text{пр}} = \varphi + 5 \div 10^\circ$	Неустойчивые массивы (с хаотической неблагоприятной трещиноватостью)	1
VI	Сыпучие породы и массивы $\varphi_{\text{пр}} = \varphi$	Массивы пород пониженной устойчивости	0,5
VII	Связные породы и массивы $\varphi_{\text{пр}} = \varphi_{\text{дисп}}$	Дисперсные (мягкие) породы	< 0,5

**ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА  
УСТОЙЧИВОСТИ ТРЕЩИНОВАТО-  
БЛОЧНОГО ГОРНОГО МАССИВА  
С УЧЕТОМ ЕГО НЕСПЛОШНОСТИ  
(ТРЕЩИНОВАТОСТИ)**

# Критерий устойчивости горного массива и его приведенные свойства

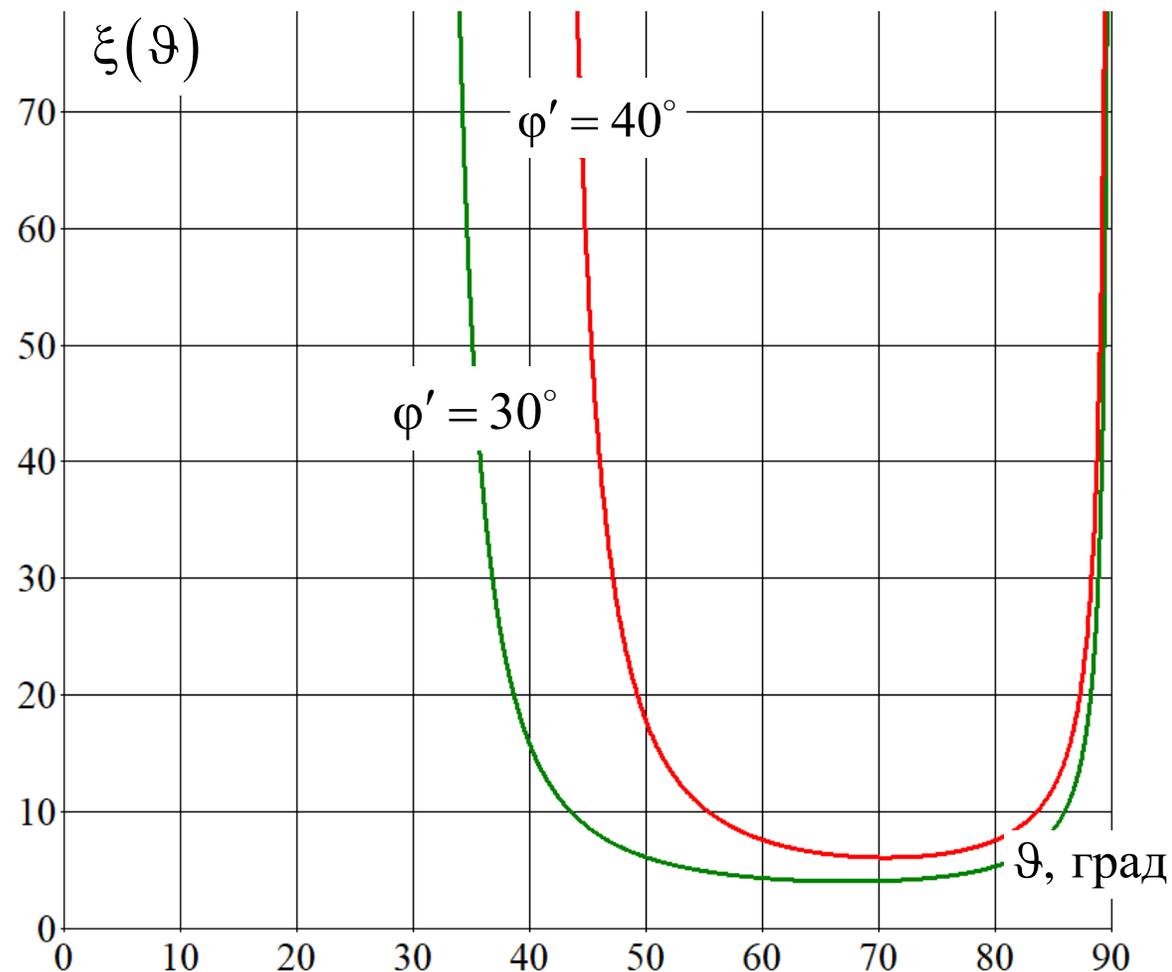
$$\sigma_1 = \frac{\cos \varphi' C'}{\cos \vartheta \sin(\vartheta - \varphi')} + \frac{1 + \frac{3}{2} \operatorname{tg} \vartheta \sin[2(\vartheta - \varphi')]}{3 \sin^2(\vartheta - \varphi')} \sigma_3 \Leftrightarrow \sigma_1 = \sigma_{\text{сж}} + \frac{1 + \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_3$$

## Приведенные свойства массива

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\cos \varphi' C'}{\cos \vartheta \sin(\vartheta - \varphi')} = \sigma_{\text{сж}} = 2C_{\text{пр}} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right) \\ \frac{1 + \frac{3}{2} \operatorname{tg} \vartheta \sin[2(\vartheta - \varphi')]}{3 \sin^2(\vartheta - \varphi')} = \frac{1 + \sin \varphi_{\text{пр}}}{1 - \sin \varphi_{\text{пр}}} = \xi(\vartheta) \end{array} \right.$$

Использование приведенных характеристик позволяет применять механику континуальной среды к заведомо не сплошной среде при отыскании в массиве областей, потерявших устойчивость!!!

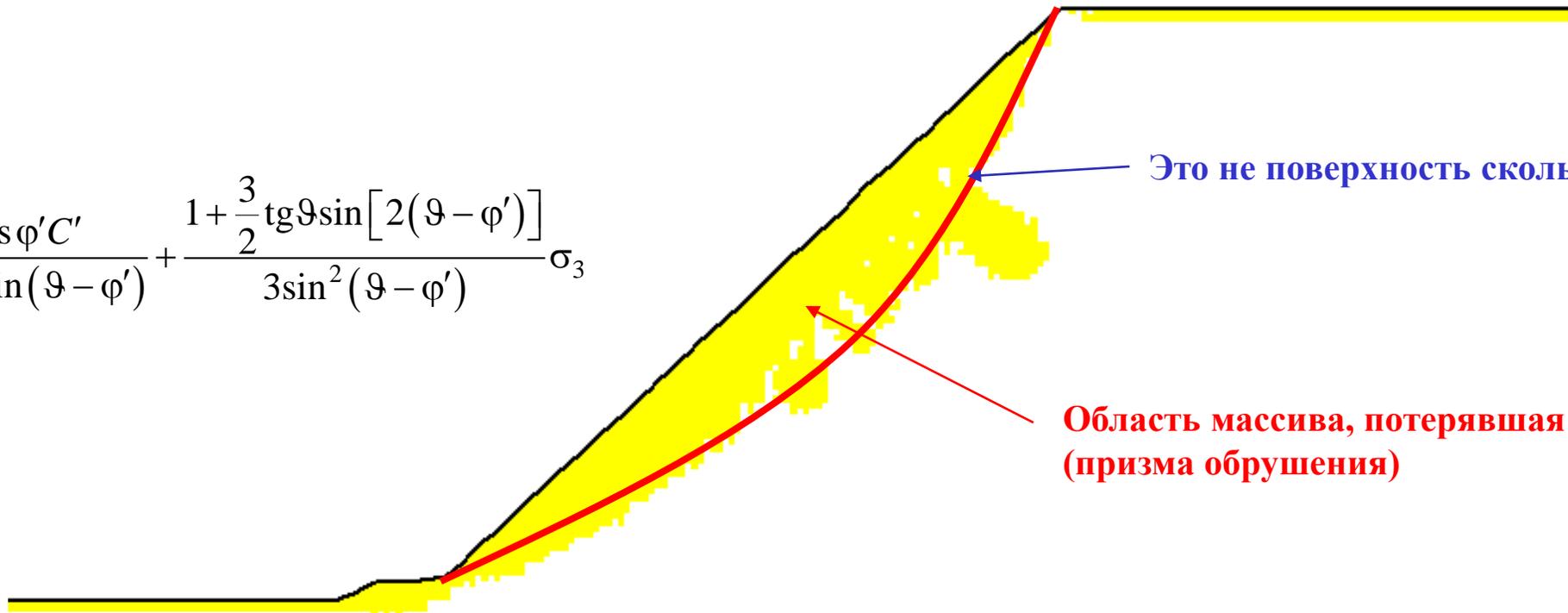
Приведенные характеристики нельзя рассматривать в качестве параметров прочности на сдвиг, так как они определяют абсолютно другую механику разрушения массива!!!



# Критерий устойчивости горного массива. Расчет устойчивости борта карьера

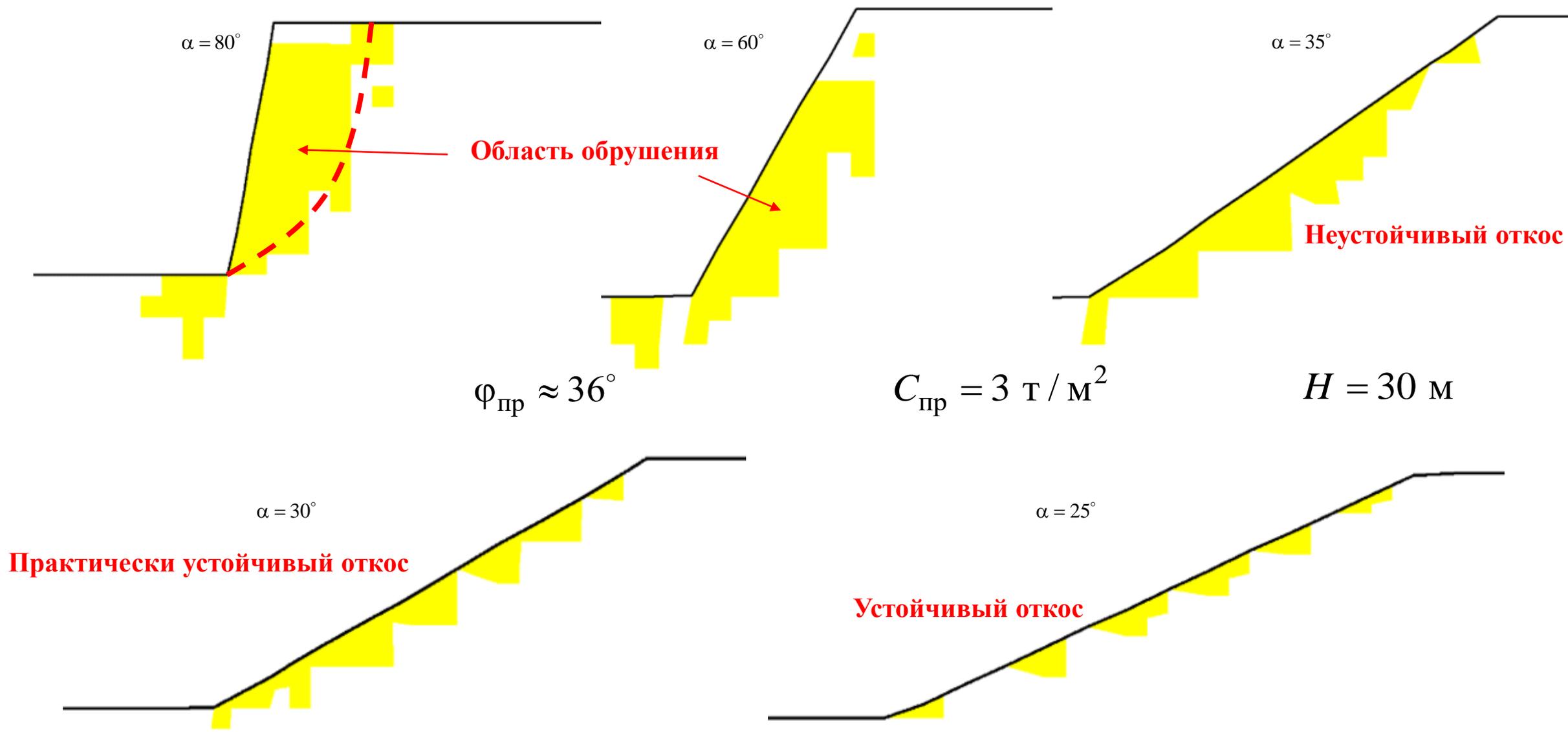
Расчет устойчивости борта карьера с учетом механики деформирования и разрушения трещиновато-блочного массива с использованием критерия прочности массива, учитывающего трещиноватость массива

$$\sigma_1 = \frac{\cos \varphi' C'}{\cos \vartheta \sin(\vartheta - \varphi')} + \frac{1 + \frac{3}{2} \operatorname{tg} \vartheta \sin[2(\vartheta - \varphi')]}{3 \sin^2(\vartheta - \varphi')} \sigma_3$$



Таким образом предложен метод расчета откосов в трещиновато-блочном массиве, делается вывод о том, что он имеет принципиальное отличие от расчета откосов в рыхлой толще. Предложенные критерии прочности и устойчивости учитывают механику разрушения блочного массива. Применение критерия Кулона к блочной среде некорректно и приводит к невозможности прогноза геомеханических явлений. При использовании предложенного метода (критерия прочности массива) снимается главная прикладная проблема или неопределенность при оценке устойчивости – обоснование характеристик прочности блочного массива!!!

# Критерий устойчивости горного массива. Расчет устойчивости уступов

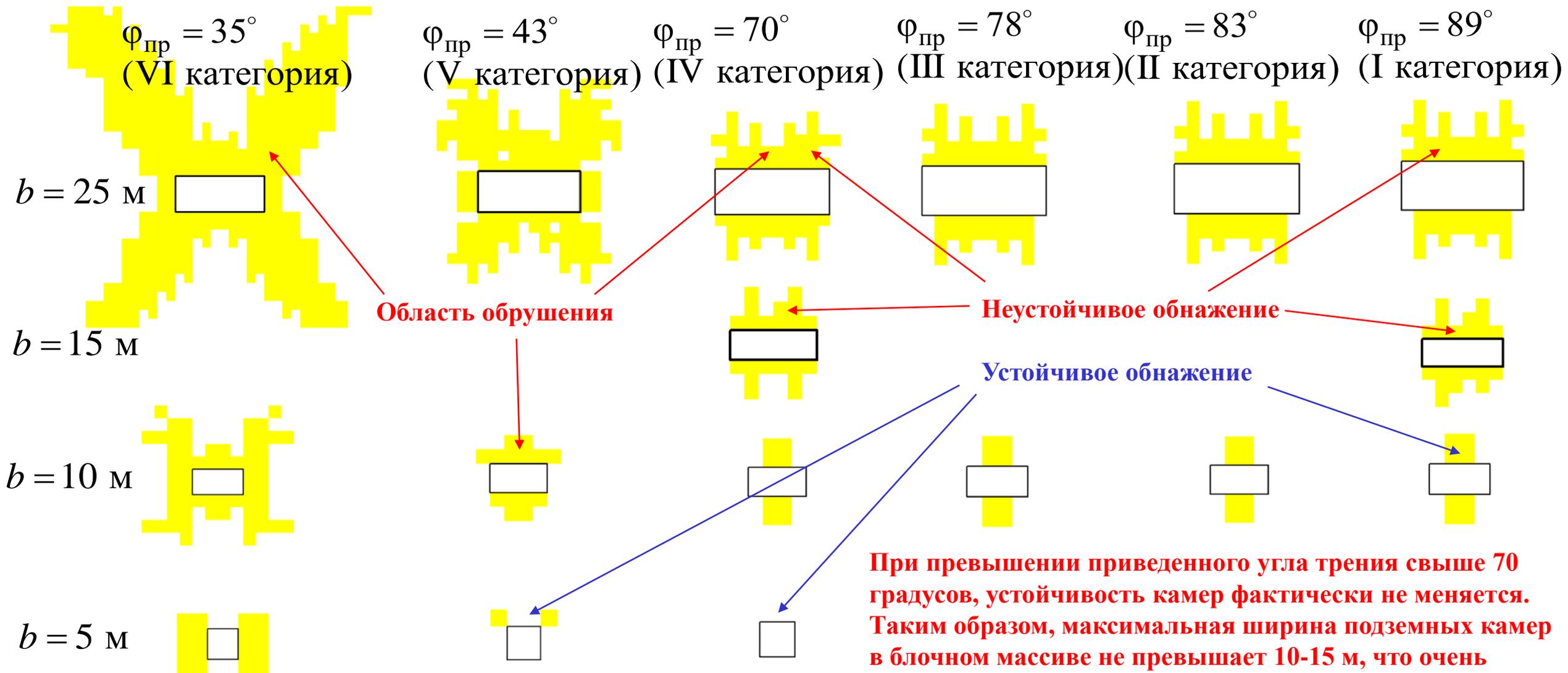


**Обнажение считается устойчивым, когда вдоль него исчезают сплошные неустойчивые области!!!**

# Критерий устойчивости горного массива.

## Устойчивость подземных камер

$h = 5, 10 \text{ м}; H = 170 \text{ м}$      $b = 25, 15, 10, 5 \text{ м}$      $C_{\text{пр}} = 8 \text{ т/м}^2$



При превышении приведенного угла трения свыше 70 градусов, устойчивость камер фактически не меняется. Таким образом, максимальная ширина подземных камер в блочном массиве не превышает 10-15 м, что очень хорошо согласуется с практикой (см. слайд ниже)!!!

# Критерий устойчивости горного массива. Устойчивость подземных камер

Классификация пород кровли по устойчивости (для глубины 200–350 м) /7/

Наименование и характеристика пород кровли	Качественная характеристика устойчивости	Допустимый пролёт обнажения, м
<p>Толстослоистые, слабонарушенные песчаники, известняки, доломиты, сланцы осадочного и метаморфического происхождения. Слабонарушенные неслоистые метаморфические и изверженные породы.</p>	Устойчивые	Более 12
<p>Грубослоистые и толстослоистые средней нарушенности песчаники, известняки, доломиты, сланцы осадочного и метаморфического происхождения. Нарушенные трещинами мергели. Неслоистые метаморфические и изверженные породы средней нарушенности.</p>	Средней устойчивости	8 - 12
<p>Среднеслоистые известняки, сланцы осадочного и метаморфического происхождения, средненарушенные трещинами. Слабонарушенные мергели и аргиллиты. Средненарушенные изверженные и неслоистые метаморфические породы.</p>	Слабоустойчивые	5 - 8
<p>Тонкослоистые и среднеслоистые известняки, сланцы осадочного и метаморфического происхождения, сильно нарушенные трещинами. Сильнонарушенные мергели и аргиллиты. Сильнонарушенные изверженные и неслоистые метаморфические породы.</p>	Неустойчивые	Менее 5

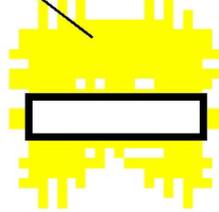
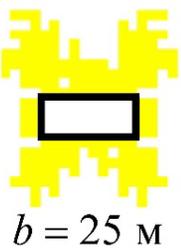
# Критерий устойчивости горного массива. Сдвигение горных пород. Условие полной подработки

Поверхность земли

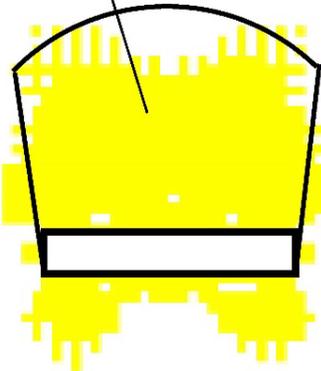
$$\varphi_{\text{пр}} = 43^\circ$$
$$C_{\text{пр}} = 8 \text{ т/м}^2$$

$H = 170 \text{ м}$

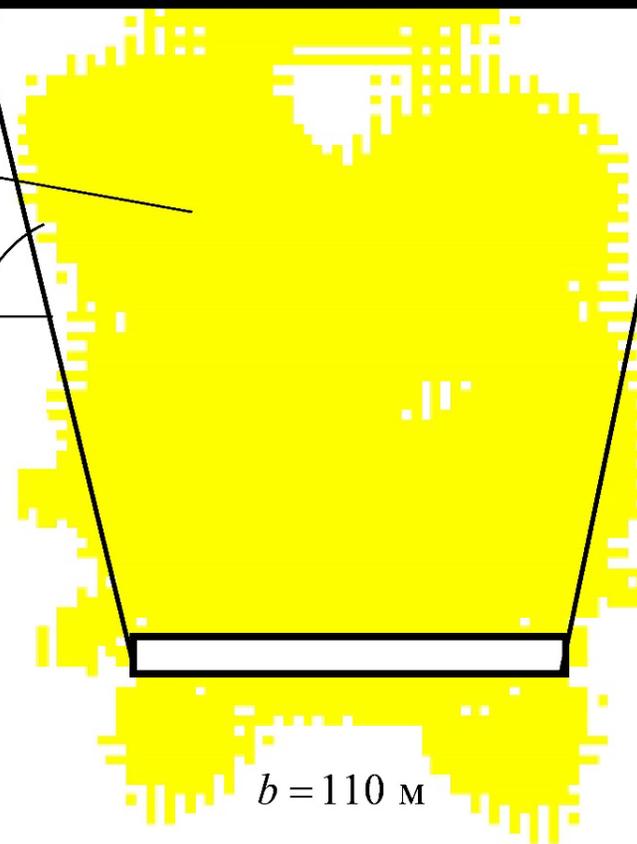
Свод естественного  
равновесия



Области опасных  
сдвижений

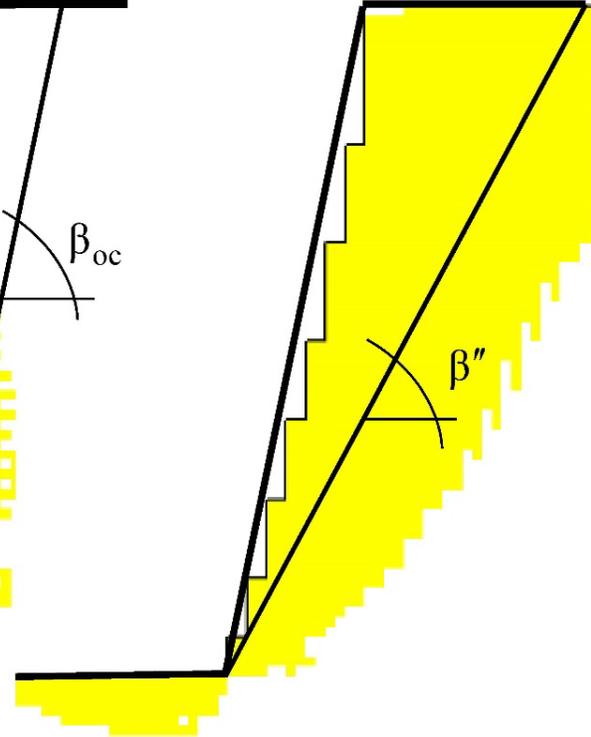


$\beta_{\text{ос}}$



$\beta_{\text{ос}}$

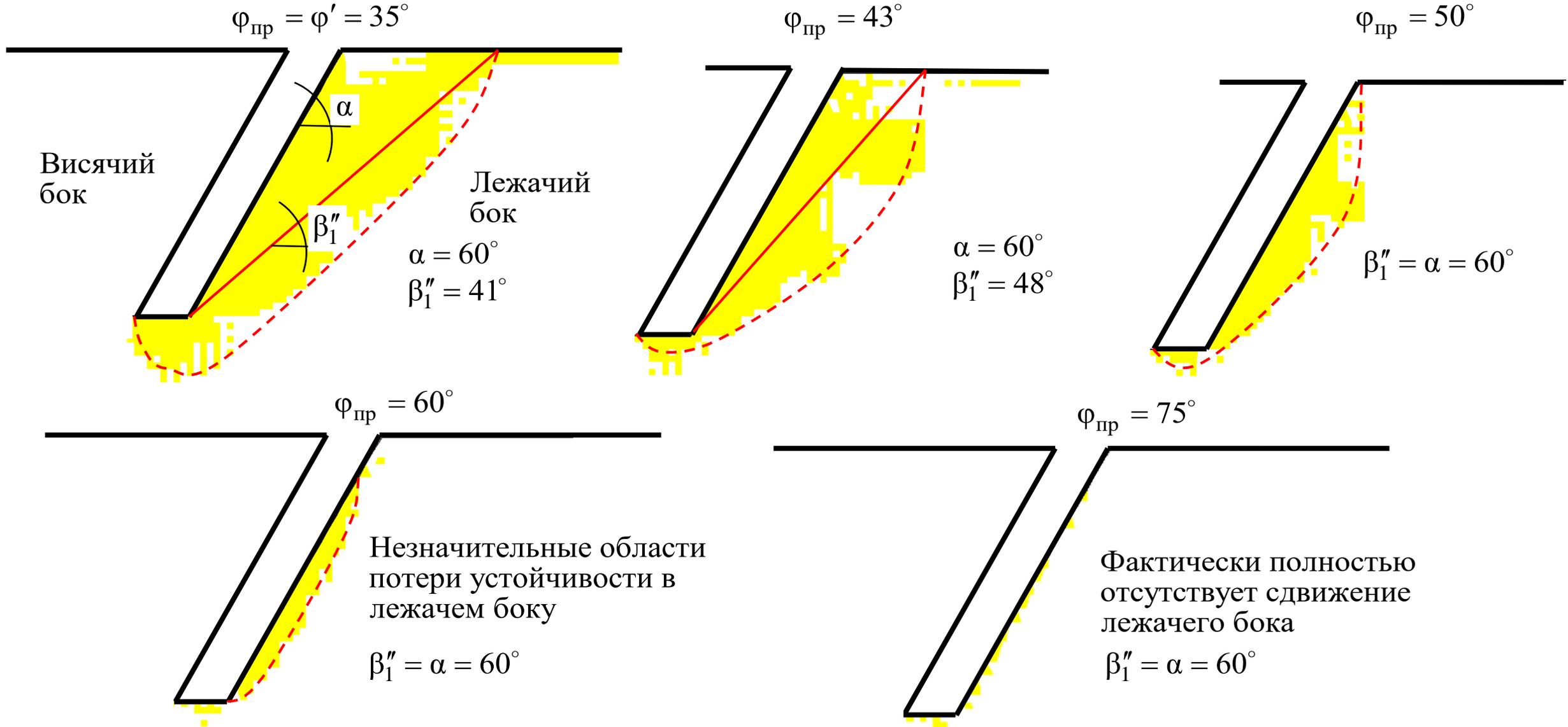
$\beta''$



$$\frac{L}{H} \geq 0,8 \div 1,0 \text{ - Условие полной подработки массива}$$

# Критерий устойчивости горного массива. Сдвигение горных пород в лежащем боку залежи. Углы разрывов (угловые параметры процесса сдвижения)

$$C_{\text{пр}} = 3 \text{ т/м}^2$$



# Критерий устойчивости горного массива. Устойчивость подземных камер

На рис. ниже приведена картина распределения областей запредельного деформирования для хаотической (сыпучая среда) трещиноватости массива, полученная с использованием критерия (см. выше). Из рис. следует, что в кровле образуется область напоминающая параболический свод естественного равновесия. Кроме того, напрашивается аналогия между приведенным углом трения, который можно рассматривать как сумму угла трения и угла дилатансии, и кажущимся углом внутреннего трения. То есть проф. М.М. Протодьяконов, по-видимому, интуитивно понимал, что есть какой-то несколько больший угла внутреннего трения угол, препятствующий разрушению сыпучей среды, который он увязал со своим коэффициентом. Здесь уместно вспомнить о корреляции углов сдвига и коэффициента крепости и предположить наличие тесной связи между приведенным углом внутреннего трения и углами разрывов.

$$\sigma_1 = \frac{\cos \varphi' C'}{\cos \vartheta \sin(\vartheta - \varphi')} + \frac{1 + \frac{3}{2} \operatorname{tg} \vartheta \sin[2(\vartheta - \varphi')]}{3 \sin^2(\vartheta - \varphi')} \sigma_3$$



**Свод естественного равновесия???**

В заключение хотелось бы отметить, что к сожалению, все то, что на заре зарождения науки о горном массиве (геомеханики) было заложено великим ученым-горняком М.М. Протодяконовым, хорошо понимающим его особенности, сегодня практически забыто. Вновь и вновь мы пытаемся описать сложнейшие процессы, происходящие в горном массиве при помощи механики сплошной среды, которая абсолютно не отражает модельного поведения реального горного массива.

**БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!!!**